

Jonojen matematiikkaa

Samuli Aalto

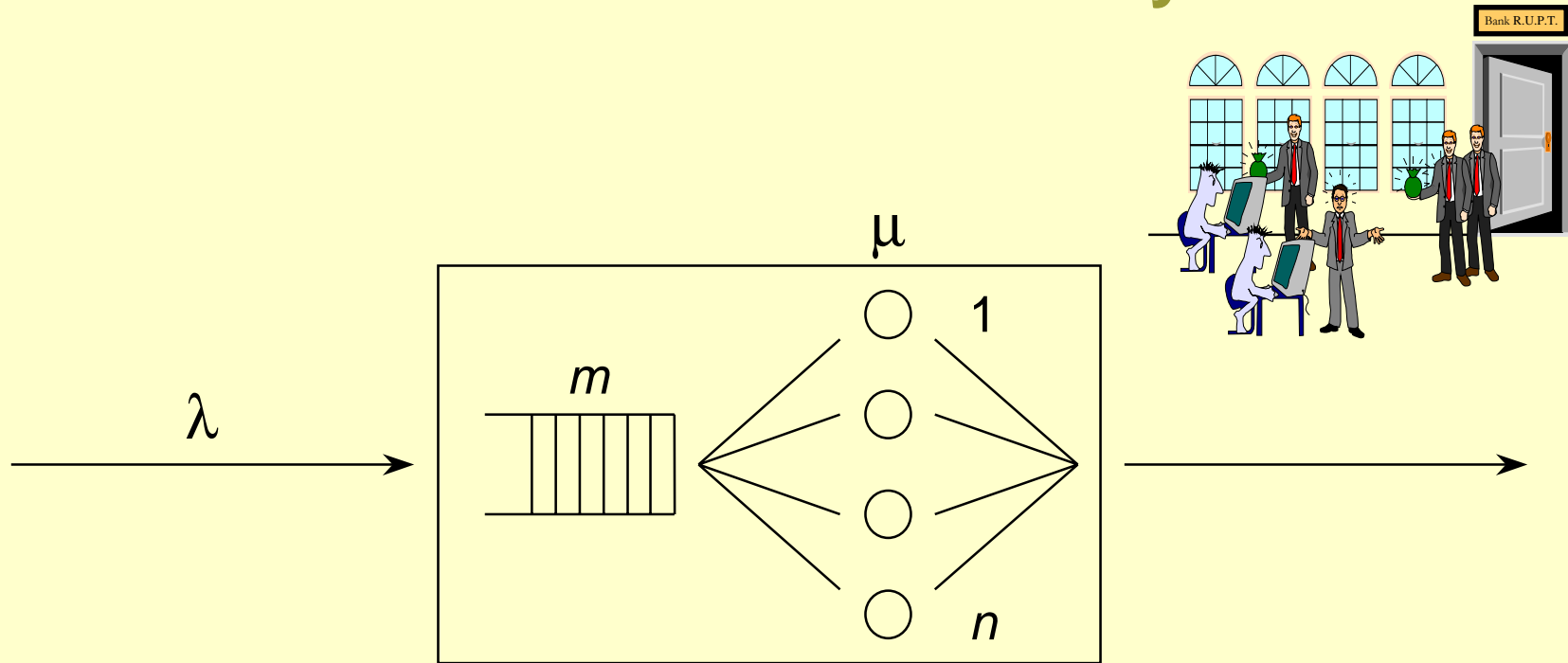
Sisältö

- Johdanto
- Joukkopalveltu jono (batch service queue)
- Nestevarastomalli (fluid flow storage model)

Reaalimaailman ilmiö ...



... matemaatikon silmin nähtynä ...



... = jonomalli

- Asiakkaiden saapumisprosessi

- satunnainen

- keskimäärin saapuu λ asiakasta minuutissa

- Asiakkaiden palveluajat

- vaihtelevat satunnaisesti

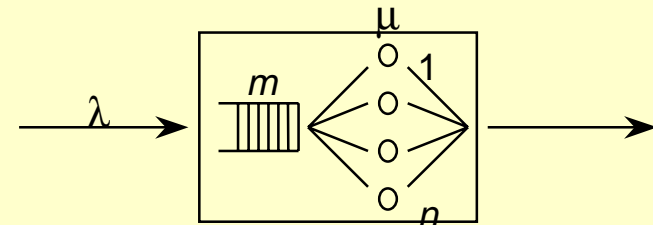
- keskimääräinen yhden asiakkaan palveluaika $1/\mu$ minuuttia

- Palvelijoiden lukumäärä $n = 1, 2, \dots, \infty$

- Odotuspaikkojen lukumäärä $m = 0, 1, 2, \dots, \infty$

- Palvelujärjestys eli jonokuri

- tavallisesti palvellaan saapumisjärjestyksessä (FIFO)



Kiinnostavia suureita

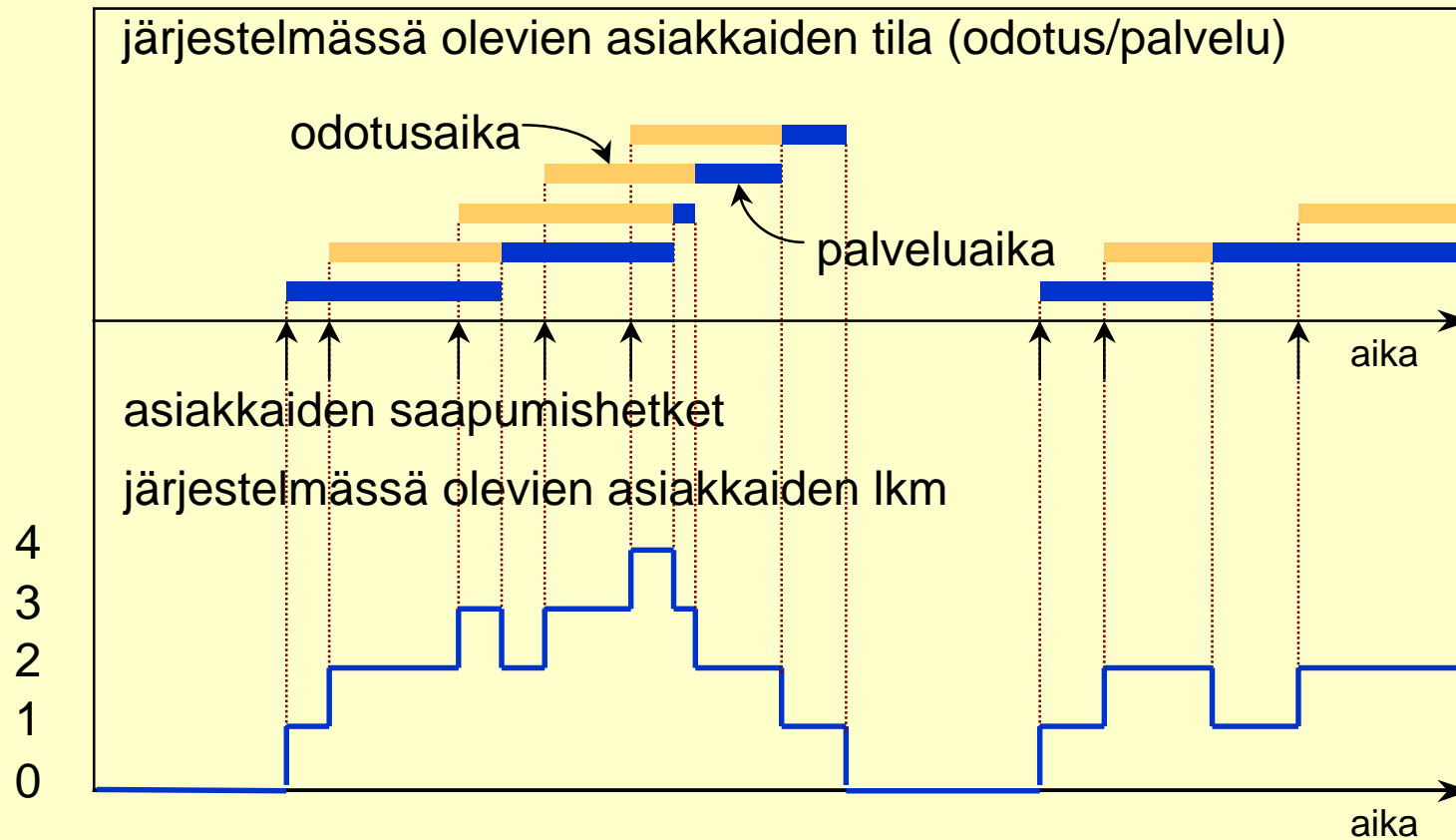
- Järjestelmässä olevien asiakkaiden lukumäärä
 - vaihtelee satunnaisesti
 - jakauma: keskiarvo, varianssi, ...

=> järjestelmän mitoitus

- Asiakkaan odotusajan pituus
 - vaihtelee satunnaisesti
 - jakauma: keskiarvo, varianssi, ...

=> palvelun laatu

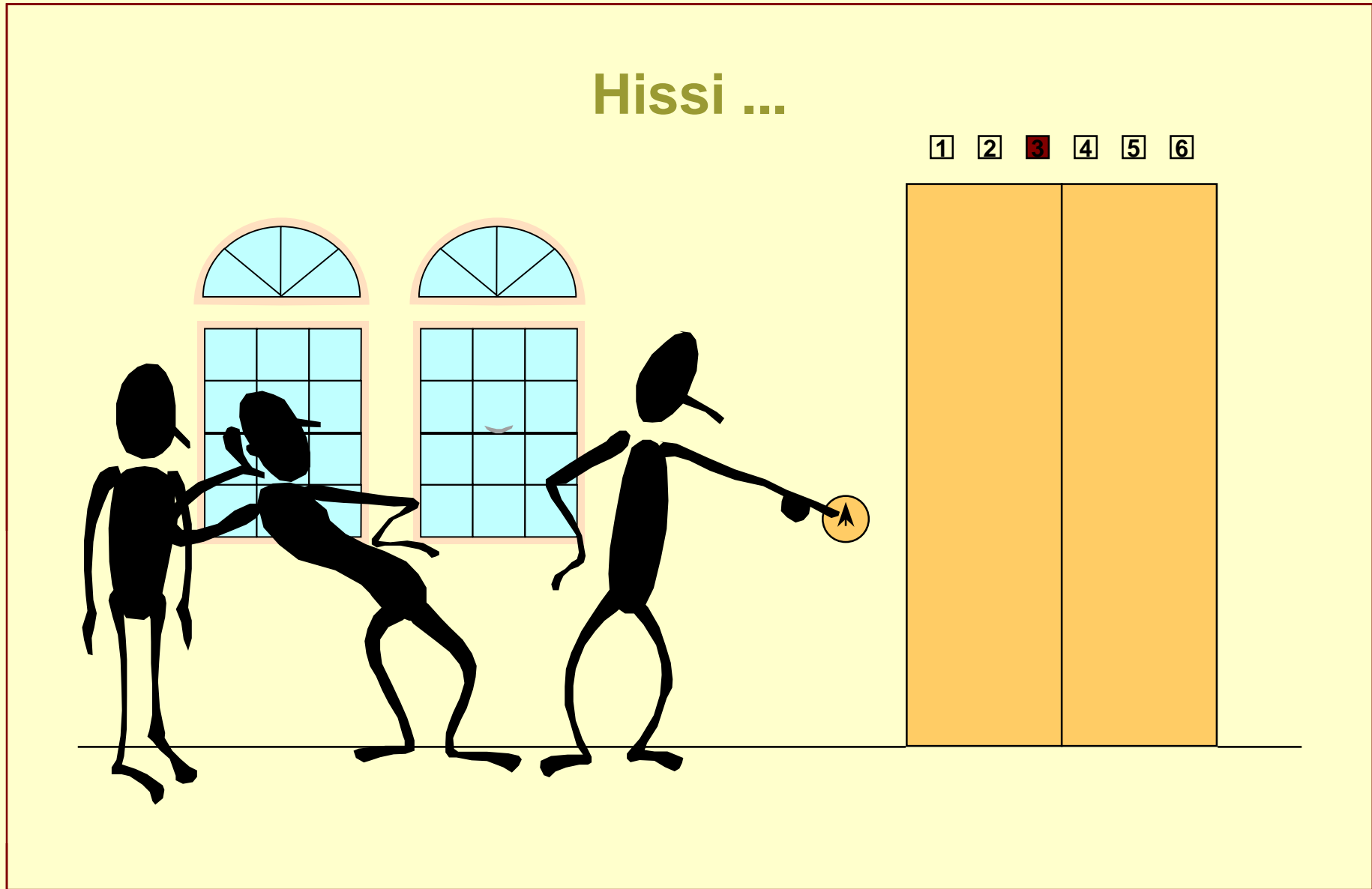
Yhden palvelijan jono



Sisältö

- Johdanto
- Joukkopalveltu jono (batch service queue)
- Nestevarastomalli (fluid flow storage model)

Hissi ...



... joukkopalveltuna jonona

- Tavallisessa jonossa
 - palvelija palvelee kerralla vain yhtä asiakasta
- Joukkopalvellussa jonossa taas
 - palveluun voidaan kerralla ottaa useampi asiakas
- Jonomallin täydennys:
 - Palvelijan kapasiteetti Q eli palveluun kerralla otettavien asiakkaiden lukumäärän maksimi

Mielenkiintoisia kysymyksiä

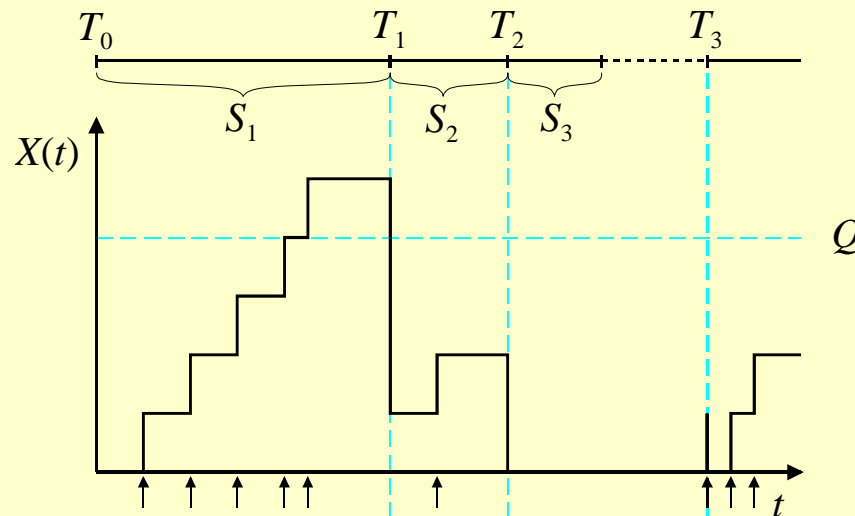
- Olettaen, että joukkopalvellun jonon palvelua voidaan kontrolloida, voimme kysyä
 - Millä hetkillä palvelu kannattaa käynnistää?
 - Montako asiakasta kannattaa ottaa kerralla palveluun?
- Palveluhetket ja palveluun otettavien lukumäärät määräytyvät valitusta palvelupolitiikasta (operating policy)

Optimaalinen palvelupolitiikka

- Tavallista palvelupolitiikkaa noudatettaessa
 - palvelu käynnistyy heti edellisen palvelun päätyttyä, jos asiakkaita on odottamassa; muussa tapauksessa seuraavan asiakkaan saapuessa
 - palveluun otetaan aina maksimaalinen määrä asiakkaita
- Mutta onko tämä **optimaalista?**
 - Vastaus tietysti riippuu siitä, miten optimaalisuus määritellään
- Väitöskirjassa tavoitteeksi asetettu
 - asiakkaiden odotuksesta aiheutuvien kustannusten minimointi

Yhden palvelijan joukkopalveltu jono

Odottajien lukumäärä $X(t)$



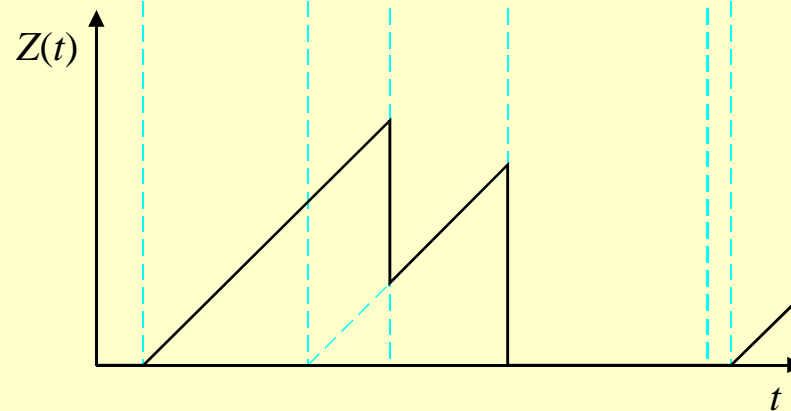
Palveluhetket T_n

Palvelujen kestoajat S_n

Palvelijan kapasiteetti Q

Aika t

Kustannusten kertymisnopeus $Z(t)$

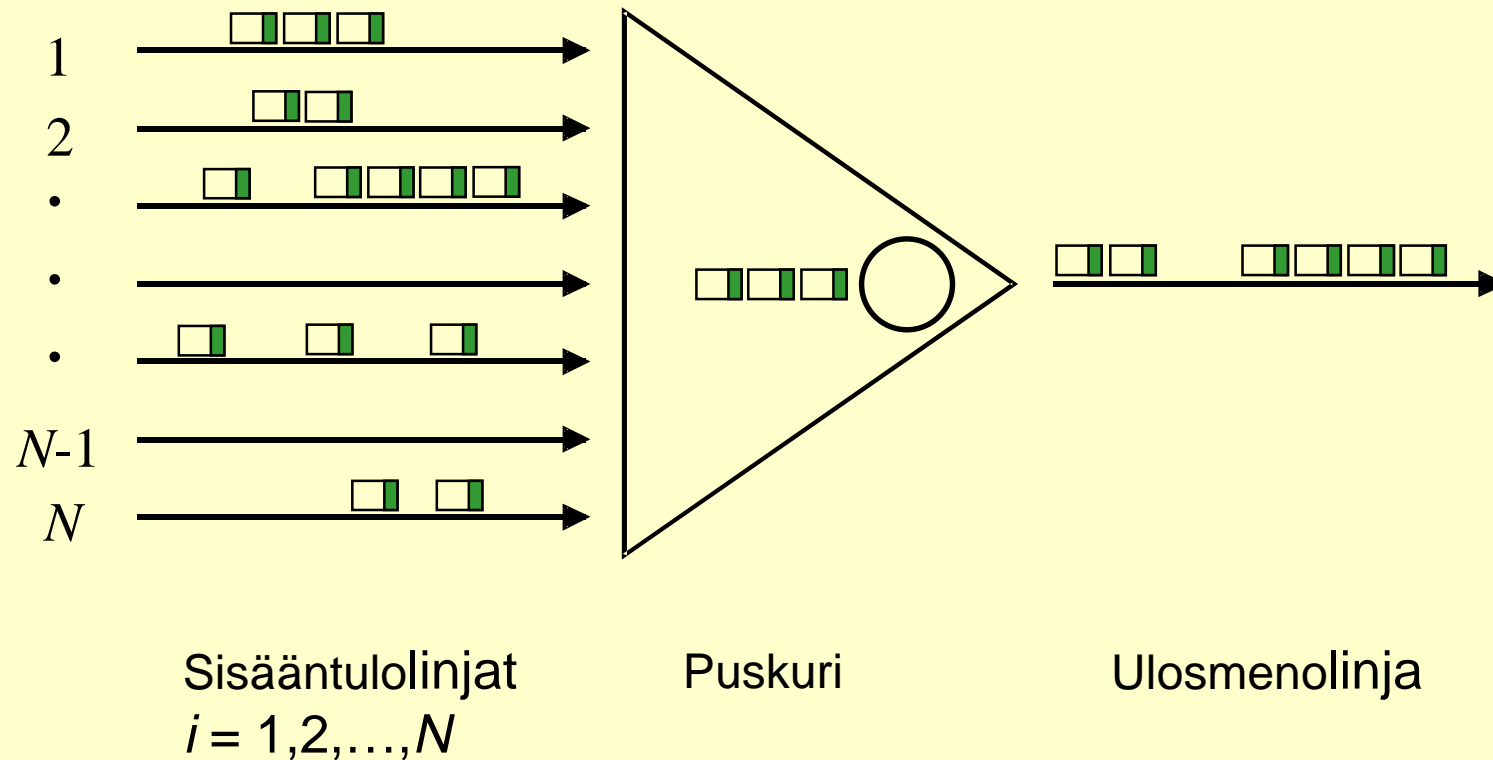


Aika t

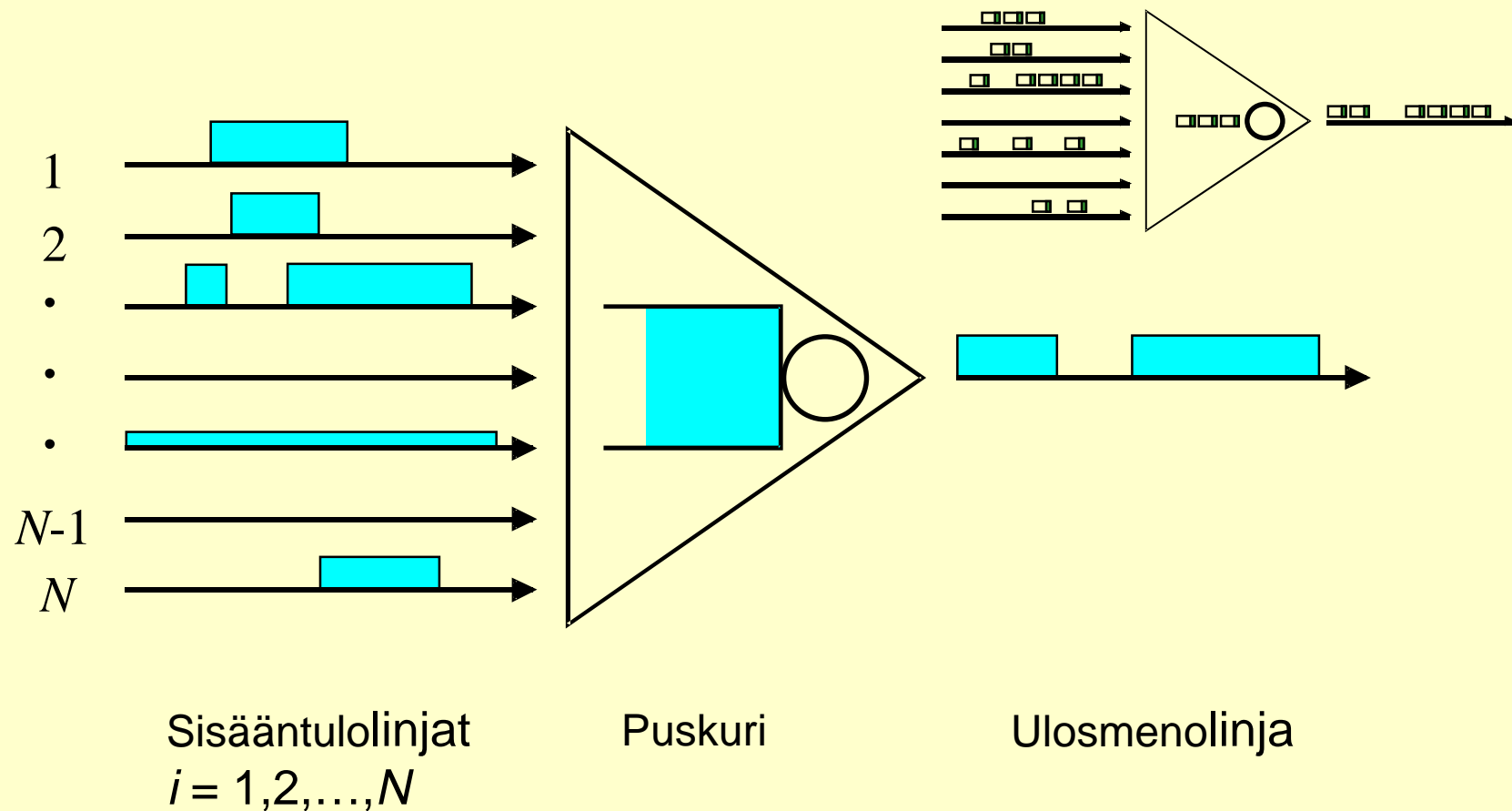
Sisältö

- Johdanto
- Joukkopalveltu jono (batch service queue)
- Nestevarastomalli (fluid flow storage model)

Tilastollinen kanavointilaite ...

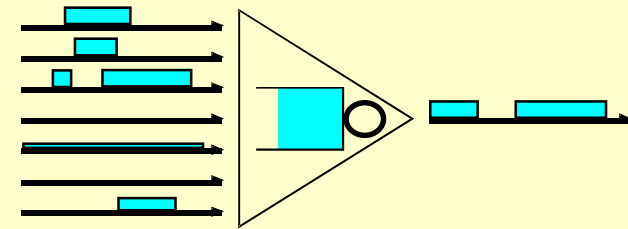


... pusketasolla tarkasteltuna ...



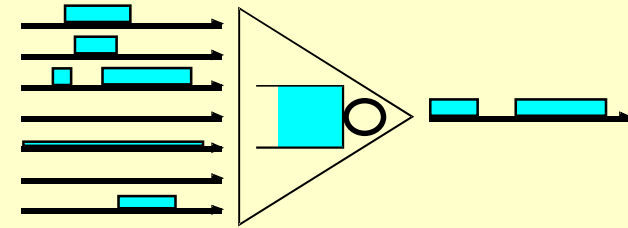
... => nestevarastomalli

- Sisäänvirtausnopeus $r_0(t)$
 - vaihtelee satunnaisesti
 - väitöskirjassa rajoitutaan tapauksiin, missä $r_0(t)$ on
 - Markov-hyppyprosessin moduloima tai
 - on-off-tyyppisten lähteiden summa
- Puskurin koko
 - äärellinen tai ääretön
 - väitöskirjassa oletetaan äärettömäksi
- Puskurin vuoto nopeus c_1
 - maksimaalinen ulosvirtausnopeus



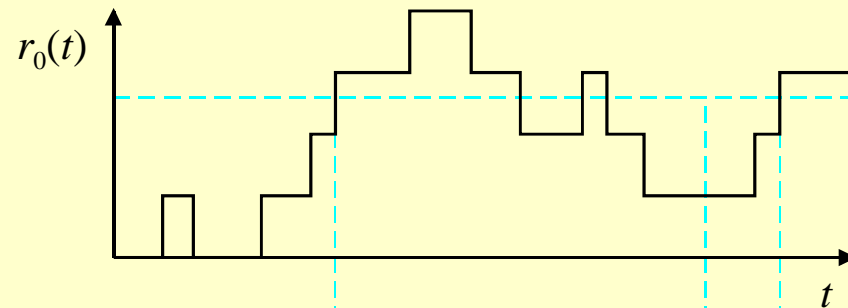
Mielenkiintoisia suureita

- Puskurin sisältö $Z(t)$
 - nesteen määrä puskurissa
 - vaihtelee satunnaisesti
- Ulosvirtausnopeus $r_1(t)$
 - vaihtelee satunnaisesti
- Väitöskirjassa keskitytään
 - ulosmenoprosessin karakterisointiin,
 - toisin sanoen kuvaamaan, miten ulosvirtausnopeus vaihtelee ajan funktiona



Nestevarastomalli

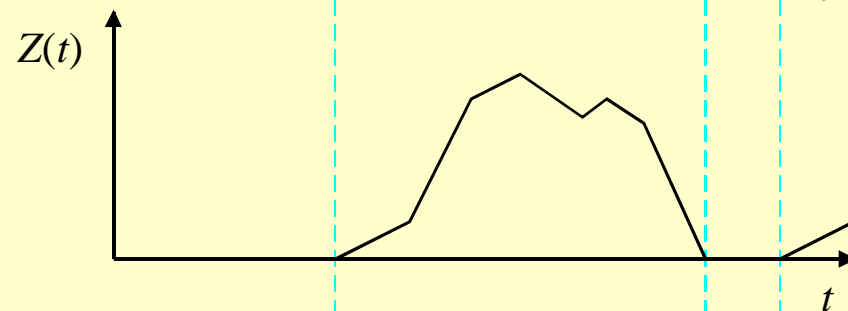
Sisäänvirtaus-
nopeus $r_0(t)$



c_1 Vuoto-
nopeus c_1

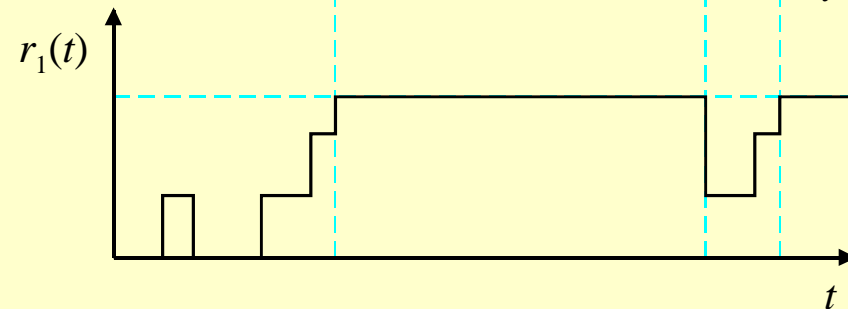
Aika t

Puskurin
sisältö $Z(t)$



Aika t

Ulosvirtaus-
nopeus $r_1(t)$



c_1 Vuoto-
nopeus c_1

Aika t

